آزمایش شماره (۸)

آونگ ساده و مرکب

اهداف آزمایش

محاسبهٔ شتاب گرانش زمین بااستفاده ازآونگ ساده ومرکب

وسایل مورد نیاز

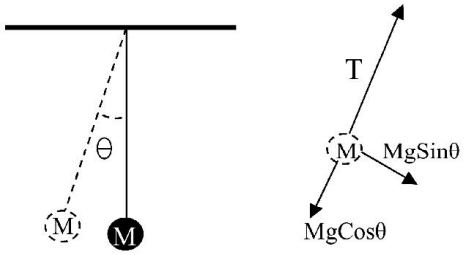
پایه و گیره ، دو جسم با جرم و شکل و جنس مختلف ، نخ ، کرونومتر، نقاله ، متر فنری ، آونگ دو طرفه (کاتر)

الف)آونگ ساده

تئوری آزمایش

بنابر تعریف آونگ ساده عبارتست از یک نقطه مادی سنگین که بوسیله ریسمانی بی وزن آویخته شده باشد و بتواند حول یک محور افقی نوسان کند . از آنجا که یک نقطه مادی وزین وجود خارجی ندارد . در عمل میتوان گلوله کوچکی را به نخ نازک و سبکی بست و به نقطه ای آویزان کرد .

هنگامیکه آونگ از حالت سکون به یک طرف منحرف می شود و آنگاه رها می گردد تحت تأثیر نیروی جاذبه شروع به نوسان می‌کند و دارای حرکتی تناوبی می شود که میتوان زمان تناوب آنرا به آسانی حساب نمود . شکل زیر آونگ ساده ای را به طول L (فاصله نقطه آویز تامرکزثقل گلوله)و جرم M نشان می دهد که با امتداد قائم زاویه θ ساخته است .



نیروهائیکه در این حالت به جسم وارد می شوند یکی نیروی وزن Mg است و دیگری کشش T مربوط به ریسمان می باشد . نیروی Mg در راستای ریسمان و امتداد مماس بر مسیر تجزیه می کنیم. نیروهائیکه در

راستای ریسمان وارد می شوند، باعث می گردند که جسم سنگین در مسیر کمانی خود حرکت نماید. در صورتیکه نیروی مماس برمسیرحرکت که برابر $-MgSin\theta$ است می‌کوشد تا آونگ را بحالت تعادل خود برگرداند. اگر زاویه θ کوچک باشد ، می توان نوشت : $-Mg\theta$

(برحسب رادیان)

از طرفی طول کمان یا وتر (x) برابر است با : $X=L\theta$

چنانکه دیده می شوند نیروی F با علامت مخالف بستگی به X دارد و این مطلب نشان دهنده حرکت نوسانی آونگ می باشد . زیرا یک نقطه مادی که تحت تأثیر نیروئی متناسب با فاصله و با علامت مخالف قرار گیرد (مانند $F=-kx$) ، دارای حرکتی نوسانی در روی یک خط راست است . البته در اینجا میتوان کمان X را تقریباً یک خط راست فرض کرد . زمان نوسان (زمان رفت و برگشت) متحرکی که نیرو $F=-kx$به آن وارد می شود برابر $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است پس زمان نوسان آونگ ساده برابر است با : $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

فرمول فوق را با بحث ممان انیرسی هم می توان بدست آورد می‌دانیم ممان انیرسی(I) یک نقطه مادی A نسبت به نقطهٔ Oعبارتست از حاصل ضرب جرم نقطه مادی در مجذور فاصله OA . اگر جرم نقطه مادی به M و فاصله را به L نمایش دهیم ممان انیرسی نقطهٔ مادی A نسبت به نقطهٔ O مساوی ML^2 خواهد بود. پس اگرگلوله آونگ ساده را نقطه ای مادی فرض کنیم و نخ را نسبت به گلوله بی وزن در نظر بگیریم، زمان تناوب آونگ ساده رامی‌توان با فرمول $T=2\pi\sqrt{\frac{I}{MgL}}$ حساب کرد:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{MgL}}=2\pi\sqrt{\frac{ML^2}{MgL}}=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

با ملاحظه رابطهٔ بالا چهار نتیجهٔ مهم که بنام **قوانین آونگ ساده** خوانده می شود بدست می آید .

۱ـ زمان نوسان برای نوسانات کم دامنه ($\theta < 6^\circ$) به دامنه نوسان X بستگی ندارد .

۲ـ زمان نوسان به جنس و به جرم آونگ بستگی ندارد .

۳ـ زمان نوسان آونگ با جذر طول نسبت مستقیم دارد .

٤ـ نوسان با جذر شتاب ثقل نسبت عکس دارد .

روش انجام آزمایش

ابتدا با وسایل موجود آونگ را سوار کرده و طول آونگ را طبق جدول زیر ابتدا ٤٠ سانتی متر (از نقطه آویز تا مرکز ثقل گلوله) انتخاب کرده و با کمک نقاله آونگ را از امتداد قائم کمتراز ٦ درجه منحرف کرده و زمان ٢٠ نوسان کامل و متوالی آنرا توسط کرنومتر بدست آورده و نتایج را در جدولی نظیر جدول زیر ثبت نمائید و سپس طول آونگ را تغییر داده و همین آزمایش رابرای گلوله دیگر تکرار نمائید .

برای محاسبهٔ خطا از فرمول زیر استفاده می کنیم :

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta L}{L} + 2\frac{\Delta t}{t}$$

جدول (١)

نوع جسم	L(cm)	n	t	$T = \frac{t}{n}$	T^2	g	$\overline{g}$	$\frac{\Delta g}{g}$	Δg
گلوله سربی	٣٠	٢٠							
	٦٠	٢٠							
گلوله برنجی	٣٠	٢٠							
	٦٠	٢٠							
نتیجه گیری:									

ب) آونگ مرکب

تئوری آزمایش

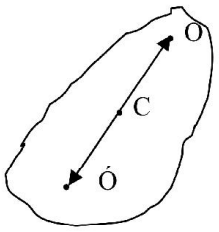
زمان نوسان آونگ ساده از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ بدست می آید . با اندازه گیری L و T و استفاده از این رابطه می توان مقدار g ، شتاب ثقل زمین را محاسبه کرد . ولی چون محل نقطه تعلیق و مرکز جرم گلوله آونگ ساده دقیقاً مشخص نمی شود . نمی توان طول آونگ را به دقت اندازه گرفت . برای تعیین دقیق g می توان از نوعی آونگ مرکب استفاده کرد و طول آونگ ساده همزمان با آن را بدست آورد . این روش یعنی

بدست آوردن طول آونگ ساده همزمان با آونگ مرکب ، اولین بار در سال ۱۸۱۸ توسط (Henry Kater) بکار رفت و بنابراین چنین آونگی را آونگ دو طرفه یا آونگ کاتر می نامند .

این روش یکی از دقیق ترین راههای اندازه گیری شتاب جاذبهٔ زمین است .

چنانکه درمبحث قبل مطرح شدزمان تناوب نوسان هر آونگ مرکب حول محور O (عمود بر صفحه کاغذ) برای زاویه های کوچک از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mgd}}$

بدست می آید که در آن I ممان انیرسی دورانی حول O محل آویز و M جرم آونگ و d فاصله مرکز جرم از محور آویز است . همواره محور دیگری مانند Ó به موازات O و در فاصلهٔ d از مرکز جرم می توان یافت که پریود نوسان آونگ حول آن محور نیز برابر با T باشد .



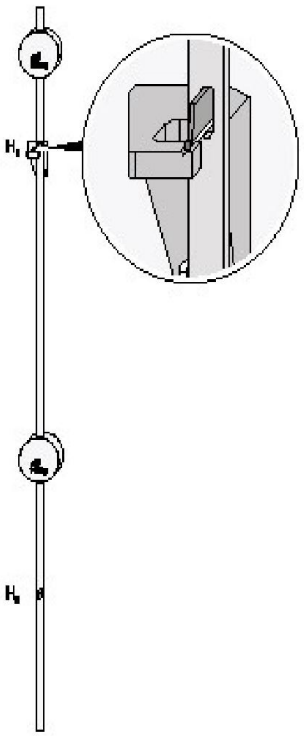
توجه کنید که نقطه Ó روی خط واصل CO قرار دارد .

و فاصله L= O Ó برابر با طول آونگ ساده هم زمان با این آونگ مرکب است .

میله آونگ کاتر حدوداً ۱/٦٥ متر طول دارد از فلز سختی ساخته شده و در انتهای قسمت قوقانی آن مکانی تعبیه شده که لبهٔ کاردک ها در آن جای می گیرند و آونگ حول این نقطه اتکا می تواند نوسان کند، فاصله دو لبهٔ کاردک از هم ۹۹/٤ سانتی‌متر است. دو وزنه روی این میله نصب شده که می توانند در فواصل مختلفی از کاردک ها قرار گیرند . وزنه M_1=۱۰۰۰ گرم خارج از یکی از کاردک ها قرار گرفته و وزنه M_2= ۱٤۰۰ گرم بین دو کاردک قرار می‌گیرد .

روش انجام آزمایش

میله آونگ کاتر را روی کاردک H_1سوار نمائید مرکزجرم وزنه ۱۰۰۰ گرمی را در فاصله۲۵ سانتی متری (X_0)ازکاردکH_1 قرارداده وپیچ وزنه را محکم نمائید .X_0 باید تا آخر آزمایش ثابت باشد سپس مرکزجرم وزنه ۱٤۰۰ گرمی در فاصله ۱۰ سانتی‌متر (X) از کاردکH_1 قرارداده وپیچ وزنه را محکم نمائید. میله آونگ رادر محلی قرار دهید که حدود ٥ سانتی‌متر از حالت قائم آونگ فاصله داشته باشد تا زاویه انحراف آونگ از ٦درجه بیشتر نشود.



پس از اینکه اطمینان حاصل گردید پاندول لرزش ندارد

و اجازه بدهید آونگ چند نوسان انجام دهد

سپس توسط کرنومتر زمان ۱۰ نوسان کامل را

بدقت اندازه گرفته و از روی آن زمان تناوب آونگ (T_1) را بدست

آوردید ودر جدول ثبت نمائید .

آنگاه بدون تغییر محل وزنه ۱٤۰۰ گرمی و با احتیاط کامل آونگ را برگردانیده

وروی کاردک H_2 سوار نمائید

بهمین ترتیب مجدداً زمان ۱۰ نوسان کامل را اندازه گرفته و

از روی آن زمان تناوب آونگ (T_2) بدست آورده و در جدول ثبت نمائید.

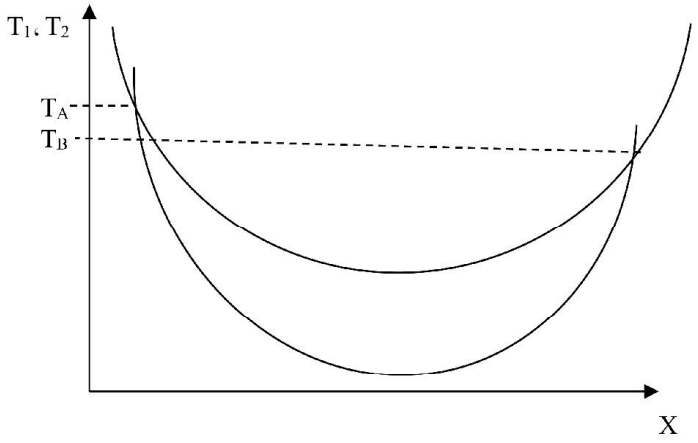
مجدداً آونگ را روی کاردک H_1 سوار کرده ومحل وزنهٔ ۱٤۰۰ گرمی(X)تغییردهید . و دوباره نظیر حالت قبل حول کاردک های H_1 و H_2 زمان ۱۰ نوسان آونگ را اندازه گرفته وبه ترتیب T_1 , T_2 را بدست آورده و در جدول ثبت نمائید ، این عمل را برای فواصل مختلف X که در جدول تعیین شده تکرار کرده و نتایج را در جدول زیر یادداشت نمائید.

جدول(۱)

X	$10T_1$	$10T_2$	T_1	T_2	L	T	g
۱۰							
۲۰							
۳۰							
٤۰							
۵۰							
٦۰							
۷۰							
۸۰							
۹۰							

- **توجه** : سروته کردن مکرر آونگ باعث صدمه دیدن وسیله می شود لذا از این کار اجتناب کرده ابتدا آونگ را روی کاردک H_1 سوار کرده و زمان ۱۰ نوسان را برای فاصله های مختلف طبق جدول اندازه گرفته و پس از تکمیل جدول (T_1) همین عمل را برای کاردک H_2 تکرار کرده وجدول (T_2) را نیز کامل کنید.

منحنی تغییراتT_1 و T_2رابرحسبX را روی یک کاغذ میلمتری رسم نمائید ، این دو منحنی نظیر منحنی نمونه ای که رسم شده، دارای دو نقطه تقاطع(A,B) خواهد بود. در این دو نقطه زمان تناوب آونگ‌کاتر بازمان‌تناوب آونگ ساده‌ای به طولH_1H_2 (۹۹/٤سانتی‌متر) برابرخواهد بود که با میانگین گرفتن از T_A , T_B یعنی $T = \frac{T_A + T_B}{2}$ و جاگذاری در ابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ،می توان شتاب جاذبه زمین در آزمایشگاه محاسبه نمود.



سوالات

۱ـ با استفاده ازداده‌های جدول (۱) درستی رابطهٔ $\frac{T_1}{T_2}=\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$ رابرای هردوگلوله تحقیق کنید .

۲ـ درمحاسبهٔ g چنانچه θ (انحراف آونگ)از ٦ درجه بیشتر باشد آیا می توان از فرمول $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ استفاده کرد . چرا ؟

۳ـ آیا زمان نوسان یک آونگ در ارتفاعات مختلف از سطح زمین تغییر می کند ؟چرا ؟

٤- تغییرات g در نقاط مختلف زمین به‌چه عوامل بستگی دارد

٥- فرمول $\frac{\Delta g}{g}=\frac{\Delta L}{L}+2\frac{\Delta t}{t}$ را اثبات کنید .

٦- آونگی به جرم m و طول L را به اندازهٔ $\theta<6^\circ$ منحرف‌می‌کنیم آونگ شروع به نوسان می‌کند زمان نوسان آن T می شود با دو برابر کردن جرم m ، T چه تغییری می کند ؟