آزمایش شماره (۱۰)

لَختی دورانی

اهداف آزمایش

۱- تعیین ثابت پیچشی فنر

۲- بررسی رابطه لختی دورانی جسم بافاصله جسم ازمحوردوران

۳- اندازه گیری لختی دورانی اجسام مختلف ومقایسه بامقادیر تئوری

٤- تحقیق قضیه محورهای موازی(قضیه استینر)

وسایل موردنیاز

فنرپیچشی،کرنومتر،نیروسنج، میله فلزی مدرج(هرواحد۵ cm) ،دوعددوزنه جرم یکسان، کره چوبی، استوانه چوبی،استوانه فلزی توخالی، پایه نگهدارنده استوانه ،دیسک چوبی، دیسک فلزی.

تئوری آزمایش

جسم صلبی (موضع ذرات تشکیل دهنده جسم، همیشه نسبت به هم ثابت است)را درنظر میگیریم که باسرعت زاویه ای ω حول محوری ثابت می چرخد.هرذرهٔ این جسم درحال دوران ،مقدارمعینی انرژی جنبشی دارد.ذره ای به جرم m ،که درفاصله r ازمحوردوران قراردارد ،روی دایره ای به شعاع r باسرعت زاویه ایω حول این محور می چرخد وسرعت خطی آن برابراست با $v = r\omega$. بنابراین، انرژی جنبشی این ذره برابر $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mr^2\omega^2$است. انرژی جنبشی جسم برابرمجموع انرژیهای جنبشی ذرات تشکیل دهنده آن است. چون جسم صلب است پس ω برای تمام ذرات یکسان است،اما شعاع r می تواند برای ذرات مختلف متفاوت باشد.بنابراین K انرژی جنبشی جسم درحال دوران را می توان به صورت زیر نوشت:

$$K = \frac{1}{2}\left(m_1 r_1^{\,2} + m_2 r_2^{\,2} + ...\right)\omega^2 = \frac{1}{2}\left(\sum m_i r_i^{\,2}\right)\omega^2$$

جمله $\sum m_i r_i^{\,2}$ مجموع حاصلضربهای جرم ذرات درمجذور فاصله آنها ازمحور دوران است.اگراین کمیت را با I نشان دهیم،داریم

$$I = \sum m_i r_i^{\,2}$$

که آن رالختی دورانی یا گشتاور لختی جسم نسبت به یک محوردوران معین می نامیم.
برای جسم صلبی که ازجرمهای نقطه ای مجزاتشکیل نشده ولی درعوض توزیع ماده درآن پیوسته است،عمل جمع درابطه فوق به انتگرال گیری تبدیل می شود.فرض می کنیم که جسم رابه عناصربی نهایت کوچکی به جرمdm تقسیم می کنیم وفاصله این عنصرجرمی رااز محوردوران باr نشان می دهیم.دراین صورت لختی دورانی ازرابطه زیر بدست می آید

$$I = \int r^2 dm$$

قضیه محورهای موازی(قضیه استینر)

$$I = I_{cm} + Mh^2$$

(I)لختی دورانی جسم نسبت به هرمحوردوران ،(I_{cm})لختی دورانی جسم نسبت به محورموازی که ازمرکز جرم جسم می گذرد، M جرم کل جسم وh فاصله میان دومحوراست.

فنرپیچشی

اگر یک فنرپیچشی رابه اندازهθ رادیان ازحالت تعادلش جابجاکنیم،گشتاورنیروی بازگرداننده فنر(τ) ، بامقدارپیچش یا جابه‌جایی زاویه ای متناسب است درنتیجه

$$\tau = -D\theta \qquad (1)$$

D ثابت پیچشی فنر نامیده می شود.
معادله حرکت برای چنین دستگاهی عبارت است از

$$\tau = I\alpha = I\frac{d\omega}{dt} = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

باتوجه به رابطه(۱) داریم:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{D}{I}\theta = 0$$

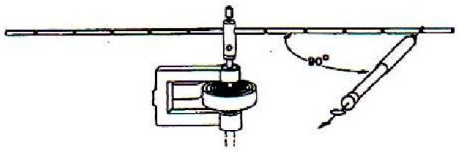
پس داریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}} \qquad (2)$$

روش انجام آزمایش

۱- تعیین ثابت پیچشی فنر(D)

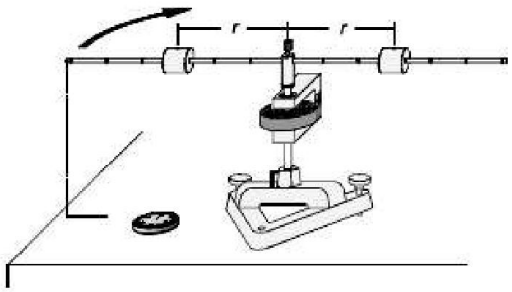
ابتدا همانند شکل میله فلزی مدرج (هرواحدcm ۵)روی فنر سوارکرده، سپس میله را ازحالت تعادل ۱۸۰ درجه(θ) بصورت ساعتگرددوران دهید. نیروسنجی رابه میله وصل کرده(زاویه نیروسنج با میله ۹۰ درجه) و برای فواصل مختلف نیروسنج ازمحوردوران(r)، مقدارنیرو (F) رایادداشت کنید .بااستفاده ازرابطه (۱) می توانD رابدست آورد.



شماره آزمایش	r(m)	F	$\tau = rF$	$D = \frac{\tau}{\theta}$	$\overline{D}$	نتیجه گیری
۱	۰/۱					
۲	۰/۱۵					
۳	۰/۲					

۲- بررسی رابطه لختی دورانی جسم بافاصله جسم ازمحوردوران

میله فلزی مدرج راطوری روی فنرسوار کرده که مرکزجرم میله وسط قرارگیرد. سپس میله ساکن را ۱۸۰ درجه بصورت ساعتگرددوران دهید همزمان با رهاکردن میله دکمه استارت کرنومتر را زده و زمان پنج نوسان رااندازه گیری کنید.درادامه دو وزنه باجرم یکسان راروی میله ،درفواصل مساوی ازمرکزجرم میله، سوارکنید .زمان پنج نوسان را همانند قبل اندازه گیری کنید.

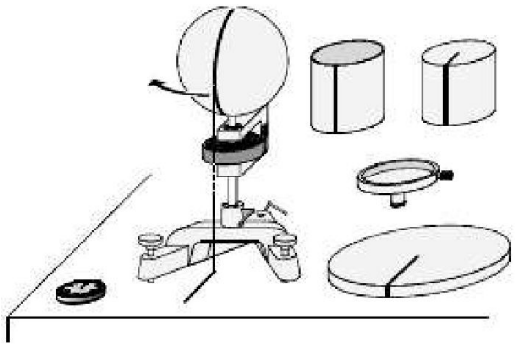


میلـــه‌فلـــزی مدرج	$5T_{rod}$	T_{rod}	$I_{rod} = \frac{1}{4\pi^2} T_{rod}^{\ 2} \overline{D}$

شماره آزمایش	r(m)	5T	T	$I_{rod+m} = \frac{1}{4\pi^2} T^2 \overline{D}$	$I_m = I_{rod+m} - I_{rod}$	نتیجه گیری
۱	۰/۱					
۲	۰/۲					
۳	۰/۲۵					

۳- اندازه گیری لختی دورانی اجسام مختلف ومقایسه بامقادیر تئوری

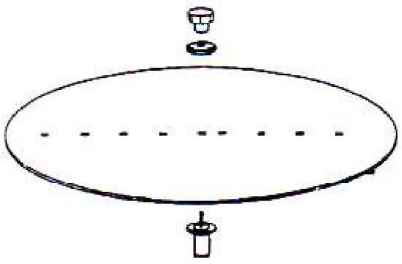
هرباریکی ازاجسام روی فنر سوار کنید. سپس جسم درحال سکون را ۱۸۰ درجه بصورت ساعتگرددوران دهیدوهمزمان با رهاکردن جسم دکمه استارت کرنومتر را زده وزمان پنج نوسان رااندازه گیری کنید.



اجسام	M(kg)	R(mm) خارجی	R_0(mm) داخلی	5T	T	I_{th}	$I_{exp}=\frac{1}{4\pi^2}T^2\overline{D}$	نتیجه گیری
دیسک چوبی	۰/۳۳۵	۱۱۱						
کره چوبی	۰/۹۲۳	۷۲/۶						
نگهدارنده استوانه								
استوانه چوبی	۰/۳۲۲	۴۴/۶						
استوانه فلزی	۰/۳۵۵	۴۵	۴۳/۱					

٤- تحقیق قضیه محورهای موازی(قضیه استینر)

دیسک فلزی راهربارازیک سوراخ روی فنر سوارکنید. دیسک درحال سکون را ۱۸۰ درجه بصورت ساعتگرددوران دهیدوهمزمان با رهاکردن دیسک دکمه استارت کرنومتر را زده وزمان پنج نوسان رااندازه گیری کنید.



شماره آزمایش	h(m)	h^2	5T	T	$I=\frac{1}{4\pi^2}T^2\overline{D}$	$M=\frac{I-I_{cm}}{h^2}$	محاسبه M از نمودار	نتیجه گیری
۱	۰							
۲	۰/۰٦							
۳	۰/۱۰							
٤	۰/۱٤							

سوالات

۱- بااستفاده ازجدول قسمت(ب)نمودارI_m برحسب r^2 رسم کنید.باتوجه به شکل نمودارچه‌نتیجه‌ای می‌توان گرفت

۲- رابطه لختی دورانی میله وکره توپرراحول محوری که ازمرکز جرم می گذرد،بدست آورید

۳-قضیه محورهای موازی رااثبات کنید.